

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm
1		$\begin{cases} x^2 + ty = 9 \\ y^2 + tx = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2xdx + tdy + ydt = 0 \\ tdx + 2ydy + xdt = 0 \end{cases}$	0,5
		$\Rightarrow \begin{cases} 2x \frac{dx}{dt} + t \frac{dy}{dt} = -y \\ t \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{xt - 2y^2}{4xy - t^2} \\ \frac{dy}{dt} = \frac{yt - 2x^2}{4xy - t^2} \end{cases}$	0,5
2		Gọi số bệnh nhân đến khám tại bệnh viện X ở tháng thứ t là N(t) Ta có $\frac{dN(t)}{dt} = 2t + \frac{1}{\sqrt{t}}$	0,5
		Tổng số bệnh nhân đến khám trong quý 2 là $N = \int_3^6 \left( 2t + \frac{1}{\sqrt{t}} \right) dt \approx 28.43 \text{ (ngàn người)}$	0,5
3		$3y''(x) - 12y(x) = 4 \Leftrightarrow y''(x) - 4y(x) = \frac{4}{3}$ Giá trị cân bằng $y^* = -\frac{4/3}{4} = -\frac{1}{3}$ Đa thức đặc trưng $r^2 - 4 = 0 \Rightarrow r = \pm 2$	0,5
		$\begin{cases} A_1 + A_2 = y(0) - y^* = \frac{4}{3} \\ 2A_1 - 2A_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1 = \frac{5}{12} \\ A_2 = \frac{11}{12} \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là $y(x) = -\frac{1}{3} + \frac{5}{12}e^{2t} + \frac{11}{12}e^{-2t}$	0,5
4		$p^2x + x^2 = 2000 \Rightarrow 2pxdp + (p^2 + 2x)dx = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dx} = -\frac{p^2 + 2x}{2px}$	0,5
		Khi lượng bán ra tăng từ 20 -> 20,5 thì giá sẽ giảm $-\frac{p^2 + 2x}{2px} \Big _{\substack{x=20 \\ p=\sqrt{80}}} \times 0.5 = -0.17 \text{ (đơn vị tiền tệ)}$	0,5
5	a	Hàm Lagrange $L(x, y, m, \lambda) = 2x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \lambda(\sqrt{xy} - m)$	0,5

		$\text{Điều kiện bậc nhất } \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 4x + \lambda \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = y + \lambda \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sqrt{xy} - m = 0 \end{cases}$	
		$\Rightarrow \begin{cases} 4x^2 = y^2 \\ y + \lambda \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}} = 0 \\ \sqrt{xy} - m = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^* = \frac{1}{\sqrt{2}}m \\ y^* = \sqrt{2}m \end{cases}$	0,5
	<b>b</b>	$\text{Áp dụng định lý bao: } \frac{\partial C^*}{\partial m} = \frac{\partial L}{\partial m} \Big _{\substack{x=x^* \\ y=y^* \\ \lambda=\lambda^*}} = -\lambda^* = \frac{2\sqrt{y^{*3}}}{\sqrt{x^*}} = 4m$	0,5
		$\text{Độ co giãn của } C^* \text{ theo } m \text{ là } \delta C^*(m) = 4m \cdot \frac{m}{2x^{*2} + \frac{1}{2}y^{*2}} = 2$ <p>Vậy nếu sản lượng <math>m</math> tăng gấp đôi thì chi phí nhỏ nhất tăng gấp 4 lần.</p>	0,5
<b>6</b>	<b>a</b>	$E[R_1^2] = \text{Var}[R_1] + E[R_1]^2 = 9 + 7^2 = 58$ $E[R_1 R_2] = \text{Cov}[R_1, R_2] + E[R_1]E[R_2] = -6 + 7 \times 10 = 64$	0,5
	<b>b</b>	$\text{Var}[R] = a^2 \text{Var}[R_1] + b^2 \text{Var}[R_2] + 2ab \text{Cov}[R_1, R_2] = 9a^2 + 16b^2 - 12ab \quad (1)$ $E[R] = 7a + 10b + 3c = 8 \quad (2); \quad a + b + c = 1 \quad (3)$	0,5
		<p>Từ (2) và (3) suy ra <math>4a + 7b = 5 \Rightarrow b = \frac{5-4a}{7}</math></p> <p>Thay vào (1) ta được</p> $\text{Var}[R] = 9a^2 + 16 \left( \frac{5-4a}{7} \right)^2 - 12a \frac{5-4a}{7} = \frac{1033}{49}a^2 - \frac{1060}{49}a + \frac{400}{49} = f(a)$	0,5
		$f'(a) = \frac{2066}{49}a - \frac{1060}{49} = 0 \Rightarrow a \approx 0,513; \quad f''(a) = \frac{2066}{49} > 0$ <p>Vậy tỷ lệ đầu tư cần thiết là <math>a \approx 0,513; \quad b \approx 0,421; \quad c \approx 0,066</math></p>	0,5
	<b>7</b>	<b>a</b>	$Y_t = C_t + I_t = 100 + 0,3Y_{t-1} + 150 + 5(100 + 0,3Y_{t-1} - 100 - 0,3Y_{t-2})$ $Y_t = 250 + 1,8Y_{t-1} - 1,5Y_{t-2}$
$Y_2 = 250 + 1,8 \times 75 + 1,5 \times 50 = 310$ $Y_3 = 250 + 1,8 \times 310 + 1,5 \times 75 = 695,5$ $Y_4 = 250 + 1,8 \times 695,5 + 1,5 \times 310 = 1036,9$ $Y_5 = 250 + 1,8 \times 1036,9 + 1,5 \times 695,5 = 1073,17$			0,5
<b>b</b>		$\text{Đa thức đặc trưng } r^2 - 1,8r + 1,5 = 0 \Rightarrow r_{1,2} = \frac{9}{10} \pm \frac{\sqrt{69}}{10}i$	0,5
		<p>Vì <math> r_{1,2}  = \frac{\sqrt{6}}{2} &gt; 1</math> nên mô hình không ổn định, do đó tổng thu nhập quốc dân <math>Y_t</math> sẽ phân kỳ.</p>	0,5